**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дискретная математика

Discrete Mathematics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 8

Регистрационный номер рабочей программы: 003578

Санкт-Петербург

2021

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Дискретная математика» является одной из базовых дисциплин цикла, формирующего подготовку специалиста в области информационных технологий. Отдельные параметры курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки обучающихся.

Основным методологическим принципом построения программы курса, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком языковом и концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины: обучение основным понятиям и базовым методам дискретной математики, подготовка к восприятию специальных дисциплин, развитие у обучающихся доказательного, логического мышления; знакомство с различными подходами дискретной математики, подготовка к самостоятельному решению различных прикладных задач.

Основной целью курса является знакомство обучающихся с многообразием постановок задач дискретной математики и их многочисленных приложений в современной технике и науке.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса рассчитана на обучающихся, изучавших обычный школьный курс математики, а в дальнейшем некоторые вопросы университетских курсов алгебры и математического анализа.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности; | Знать корректные постановки классических задач | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения |
| 2 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-2 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, и использовать их при решении задач профессиональной деятельности | Знать корректные постановки классических задач | ОПК-2.2 Уметь проводить формализацию и алгоритмизацию поставленных задач |
| 3 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-6 Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов; | Обладать фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний | ОПК-6.2 Уметь определять перечень возможных шаблонов (стилей) проектирования для каждого слоя или компонента |
| 4 | Профессиональные компетенции | ПКА-1 Способен использовать в педагогической деятельности научные основы образования в сфере ИКТ; | Знать корректные постановки классических задач | ПКА-1.1 Быть способным осуществлять организационное и технологическое обеспечение кодирования на языках программирования |
| 5 | Профессиональные компетенции | ПКП-1 Способен проектировать программные системы; | Обладать фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний | ПКП-1.1 Уметь разрабатывать технические спецификации на программные компоненты и их взаимодействие |
| 6 | Профессиональные компетенции | ПКП-2 Способен использовать основные модели информационных технологий и способы их применения для решения задач в предметных областях. | Обладать фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний | ПКП-2.1 Уметь описывать алгоритмы компонентов, включая методы и схемы |

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия в объёме 2 часов в неделю, экзамен в конце осеннего и весеннего семестров. Практические занятия в объёме 1 часа в неделю. Самостоятельная работа обучающихся заключается в подготовке к практическим занятиям, решении домашних заданий, работе с литературой по курсу для устранения индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса.

Объём активных и интерактивных форм учебных занятий – 50 ак. ч.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 1 | 32 |  | 2 | 16 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 42 |  | 50 |  | 30 | 4 |
|  | 2-45 |  | 2-45 | 2-25 |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| Семестр 2 | 32 |  | 2 | 16 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 64 |  | 28 |  | 20 | 4 |
|  | 2-45 |  | 2-45 | 2-25 |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 64 |  | 4 | 32 |  |  |  |  | 4 |  |  |  | 106 |  | 78 |  |  | 8 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 1 |  |  | экзамен, устно | по графику промежуточной аттестации |  |  |
| Семестр 2 |  |  | экзамен, устно | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Курс обучения состоит из двух модулей — в первом и втором семестре.

**Модуль С1.**

**Тема 1. Основы теории множеств**

Множества, способы задания и операции над ними. Разбиение множеств. Произведение разбиений, теорема о его существовании. Принцип математической индукции. Мощность множества всех подмножеств. Прямое произведение множеств.

**Тема 2. Предикаты и отношения**

Бинарные отношения, их свойства бинарных отношений. Отношение порядка. Частичный и линейный порядки, отношение строгого порядка. Топологическая сортировка. Минимальные и максимальные элементы. Теорема о существовании топологической сортировки. Расписание, длина и высота расписания. Цепи и критические пути. Теорема о существовании кратчайшего расписания. Антицепи. Теорема о существовании разбиения на антицепи. Лемма Дилуорса. Задача о построении наибольшей возрастающей подпоследовательности.

**Тема 3. Основы комбинаторики**

Комбинаторное доказательство. Перестановки, размещения и сочетания. Способы их нумерации и перечисления. Биномиальные и мультиномиальные коэффициенты. Формула включений-исключений.

**Тема 4. Элементарная теория вероятностей**

Парадокс Монти Холла. Эксперимент, исход, событие, вероятность. Условная вероятность. Закон полной вероятности. Формула Байеса. Дискретная случайная величина, арифметические операции над случайными величинами. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины, их свойства.

**Тема 5. Методы моделирования дискретных случайных величин и их приложения**

Датчик случайных чисел, псевдослучайные числа. Моделирования дискретного распределения. Метод Уолкера моделирования дискретного распределения Моделирование дискретной случайной величины с помощью последовательности случайных бит. Задача об оптимальном префиксом коде, алгоритма Хаффмена. Неравенство Крафта.

**Цель данного этапа обучения:** см. пункт 1.1.

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля:**

см. пункт 1.3.

**Итоговый контроль:** экзамен по материалам лекций.

**Модуль С2.**

**Тема 6. Энтропия и информация**

Энтропия, её свойства. Условная энтропия. Количество информации, её свойства. Код Хэмминга.

**Тема 7.Процессы**

Случайные процессы. Конечные автоматы. Марковские цепи, классификация состояний. Случайные блуждания.

**Тема 8.Теория графов**

Ориентированные графы. Ациклические графы, их свойства. Сильная связность орграфов, компоненты сильной связности. Неориентированные графы. Связность неориентированного графа. Обход графа в глубину. Деревья, их свойства. Минимальное остовное дерево, алгоритмы Краскала, алгоритм Прима-Ярника. Дерево кратчайших путей на взвешенном графе, алгоритм Дейкстры.

**Тема 9. Динамическое программирование**

Динамическое программирование. Принцип оптимальности. Задача «о размене». Задача «о кратчайшем спуске до единицы». Задача о наибольшей возрастающей подпоследовательности. Задача о независимом множестве на дереве. Задача о построении матрицы кратчайших расстояний. Метод Флойда-Уоршалла. Задача «о бродячем торговце».

**Тема 10. Экстремальные задачи**

Задача о наибольшем потоке в сетевом графе. Величина поток и мощность разреза, двойственность связанных с ними экстремальных задач. Задача о наибольшем потоке в сетевом графе. Паросочетание в двудольном графе. Размер паросочетания и размер контролирующего множества, двойственность связанных с ними экстремальных задач. Задача о назначениях. Венгерский метод.

**Тема 11. Производящие функции**

Производящие функции. Элементарные преобразования. Вычисление производящей функции некоторых известных последовательностей. Решение комбинаторных задач методом производящих функций.

**Цель данного этапа обучения:** см. пункт 1.1.

**Знания и умения по завершении профессионально-ориентированного модуля:**

см. пункт 1.3.

**Итоговый контроль:** экзамен по материалам лекций.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа. Успешное освоение дисциплины возможно благодаря посещению лекций, участию в обсуждении вопросов на занятии, посещение практических занятий, выполнение домашних работ и прочей самостоятельной работы, включающей в себя чтение специальной литературы по разделам темы.

Во время занятий могут цитироваться и демонстрироваться выдержки из следующих источников:

1. Алгоритмы: построение и анализ : учебник / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. - М.: МЦНМО: БИНОМ, 2004. - 955 с.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться обучающимися для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.К числу методических пособий относятся:• общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;• фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений обучающихся согласно требований курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.Роль преподавателя в организации самостоятельной работы Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся по освоению дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и обучающимися осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь обучающимся по планированию и организации самостоятельной работы. Контроль за самостоятельной работойКонтроль за самостоятельной работой осуществляется в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Общая аттестация складывается из итога контроля самостоятельной работы по практическим занятиям и результатами промежуточной аттестации.

Контроль за самостоятельной работой обучающихся проводится в течение семестра на практических занятиях в форме письменных проверочных работ.

Методика проведения промежуточной аттестации, в целом, соответствует традиционной форме сдачи устного экзамена по изучаемой дисциплине. Экзаменационный билет состоит из двух вопросов и опросной части. Как правило, один из вопросов билета — теоретического (проверка знаний утверждений, теорем, их доказательства), другой — практического характера (демонстрация понимания и знания алгоритмов, изучаемых в курсе, их обоснований, практические задачи). Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 40 минут. Опросная часть состоит из нескольких тестовых вопросов закрытого типа, время подготовки варьируется от 15 до 20 минут в зависимости от количества заданий.

После ответа на вопросы билета и проверке ответов на задания опросной части, преподаватель может задать дополнительные вопросы, ответы на которые также влияют на оценку по предмету.

Критерии выставления оценок:

При этом вопросы оцениваются от 0 (нет ответа) до 1 (очень хороший ответ), ответы на дополнительные вопросы усредняются.

Критерии общего оценивания освоения дисциплины следующие.

| Уровень освоения материала | Оценка ECTS | Аттестация СПбГУ |
| --- | --- | --- |
| 90%-100% | A | Отлично |
| 80%-89% | B | Хорошо |
| 70%-79% | C |
| 61%-69% | D | Удовлетв. |
| 50%-60% | E |
| менее 50% | F | Неуд. |

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Возможные варианты экзаменационных билетов.

*Билет 1.*

1. *Докажите, что всякое конечное частично упорядоченное множество A имеет топологическую сортировку Q, согласованную с некоторым частичным порядком R на A.*
2. *Пусть a дискретная случайная величина, все n исходов которой равновозможны. Рассчитайте математическое ожидание и дисперсию a.*

*Билет 2.*

1. *Докажите теорему об эквивалентности частичного порядка отношению вложения на некотором множестве множеств.*
2. *Рассматривается бинарное отношение R на непустом множестве A, пусть X — непустое подмножество A. Докажите (или опровергните), что если R антисимметрично, то и сужение R на X антисимметрично.*

*Билет 3.*

1. *Сформулируйте и докажите Лемму Дилуорса.*
2. *Дана последовательность S = (4, 9, 3, 6, 1, 8, 5, 7, 2). Проиллюстрируйте работу алгоритма нахождения максимальной возрастающей подпоследовательности в S. Обоснуйте корректность алгоритма.*

Возможные задания опросной части. (Задания на экзамен оформляются в LaTeX, символы, недоступные для набора в стандартных текстовых редакторах, здесь заменены их командами в системе TeX.)

*Рассматриваются A, B — произвольные конечные множества. R — некоторое бинарное отношение на A. Отметьте все (и только) верные утверждения.*

1. *\varnothing \in 2^\{{\varnothing}\}*
2. *\varnothing \in 2^{\varnothing}*
3. *A = B тогда и только тогда, когда A\subseteq B и B\subseteq A*
4. *A = B тогда и только тогда, когда |A \cap B| = |B|*
5. *A \neq B тогда и только тогда, когда |A \cap B| = \varnothing*
6. *R не является рефлексивным тогда и только тогда, когда для каждого a \in A выполняется (a, a) \notin R.*
7. *R не является антирефлексивным тогда и только тогда, когда найдётся такой a\in A, что (a, a) \in R.*
8. *Если бинарное отношение не является симметричным, то оно асимметрично.*
9. *Критическим путём для произвольного элемента a множества A строго частично упорядоченного отношением R называется цепь наибольшей длины, заканчивающаяся в a.*
10. *Антицепью в частично упорядоченном множестве называется всякое наибольшее по включению множество попарно несравнимых элементов.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |
| 2 | ОПК-2.2 Уметь проводить формализацию и алгоритмизацию поставленных задач | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |
| 3 | ОПК-6.2 Уметь определять перечень возможных шаблонов (стилей) проектирования для каждого слоя или компонента | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |
| 4 | ПКА-1.1 Быть способным осуществлять организационное и технологическое обеспечение кодирования на языках программирования | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |
| 5 | ПКП-1.1 Уметь разрабатывать технические спецификации на программные компоненты и их взаимодействие | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |
| 6 | ПКП-2.1 Уметь описывать алгоритмы компонентов, включая методы и схемы | Ответ на каждый вопрос билетов и на дополнительные вопросы, на которые обучающийся отвечает на экзаменах двух семестров, оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 10 (очень хороший ответ), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки содержания и качества учебного процесса может применяться анкетирование или опрос в соответствии с методикой и графиком, утверждаемым в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению семинаров привлекаются преподаватели, имеющие базовое образование и/или ученую степень соответствующую профилю преподаваемой дисциплины.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специализированное оборудование не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специализированное программное обеспечение не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Расходные материалы − мел/фломастеры

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список литературы**

1. Дискретный анализ: учебное пособие / И. В. Романовский. - 4-е изд., испр. и доп. - СПб: Невский диалект; СПб: БХВ-Петербург, 2008. - 335 с. Мм – 83 экз.  
2. Дискретная математика для бакалавров и магистров: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - М.; СПб; Нижний Новгород : Питер, 2014. - 399 с. Мм – 29 экз.  
3. Дискретный анализ. Формальные системы и алгоритмы: Учебное пособие / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. - М.: Контакт Плюс, 2010. - 333 с. Мм – 25 экз.  
4. Комбинаторика для программистов: Пер. с польского / В. Липский ; пер. В. А. Евстигнеев, О. А. Логинова ; ред. пер. А. П. Ершов. - М.: Мир, 1988. - 213 с. Мм – 10 экз.  
5. Лекции по теории графов : учебное пособие / В. А. Емеличев [и др.]. - М. : Наука, 1990. - 383 с. Мм – 32 экз.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/>

Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS>

Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/>

Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource%20type=8>

**Раздел 4. Разработчики программы**

Т.В. Абрамовская, канд.физ.-мат. наук, ст. преподаватель

Д.В. Луцив, канд.физ.-мат. наук, доцент кафедры системного программирования